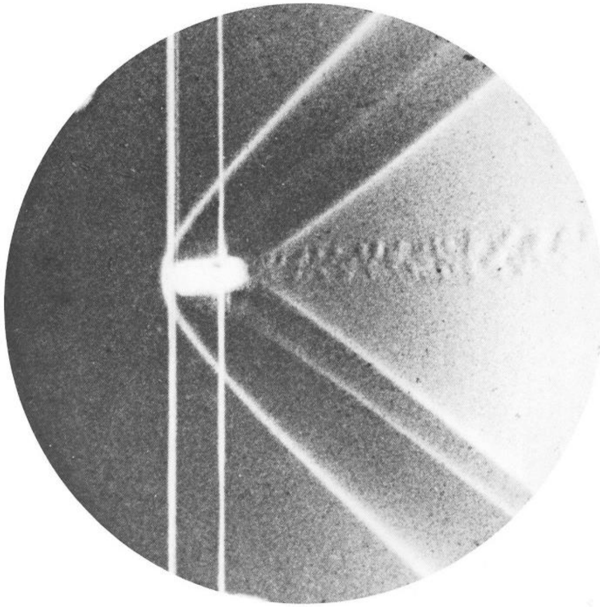
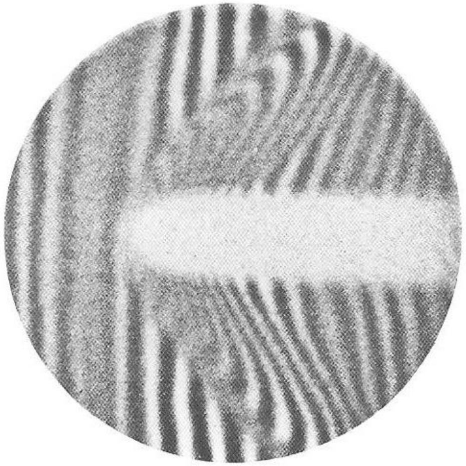
Mécanique des Fluides Compressibles

Introduction aux ondes de choc et de détente

Dr Flavio NOCA

Semestre printemps 2024-2025

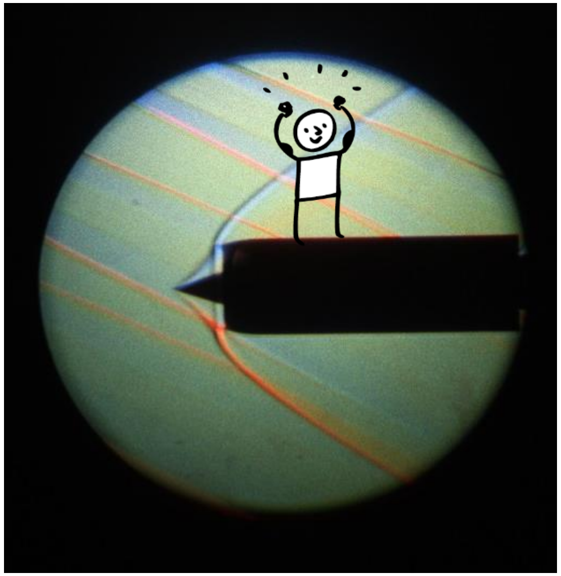




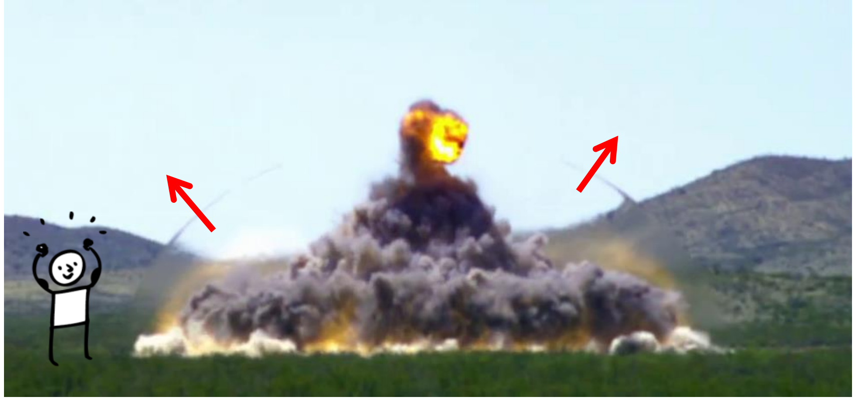
- Ernst Mach (1887, 1888)

Classification des ondes

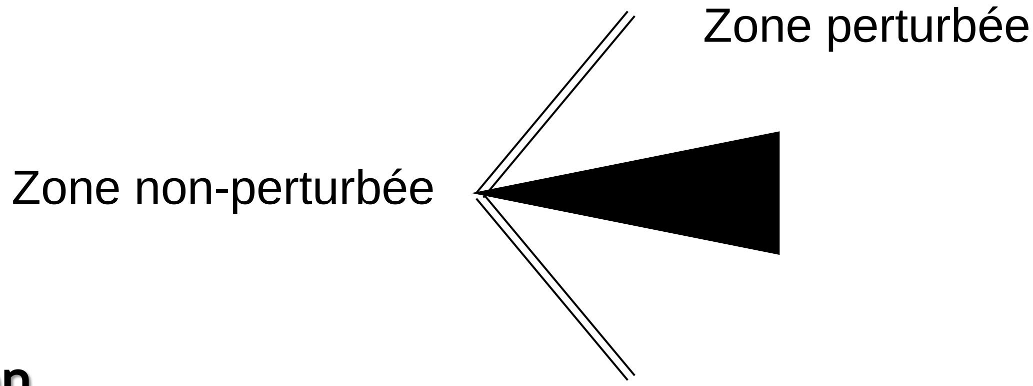
Stationnaire



Instationnaire



Ondes de chocs
(shock wave)



Définition

➢ Une onde de choc est une zone de l’espace où les grandeurs physiques subissent de très fortes variations sur une distance très faible - ordre du libre parcours moyen (microns) des molécules (mais parfois quelques millimètres…)

Hypothèses

➢ Idéalisation comme des surfaces de discontinuités

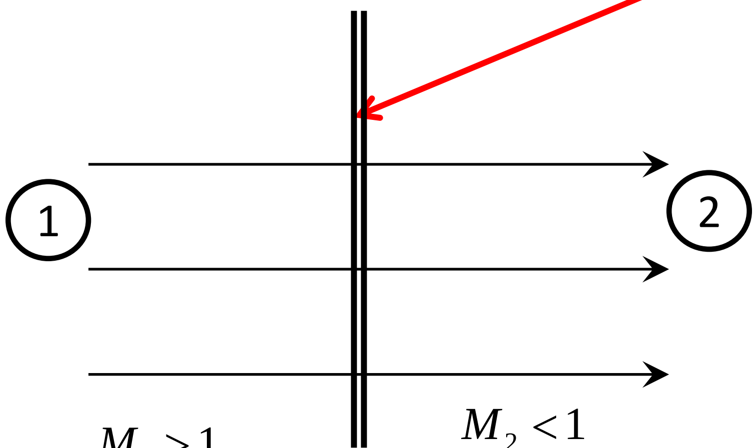
Conséquences

➢ Les grandeurs physiques sont discontinues à travers une onde de choc

Chocs droits (normal shock)

Normal à l'écoulement

Onde de choc droite



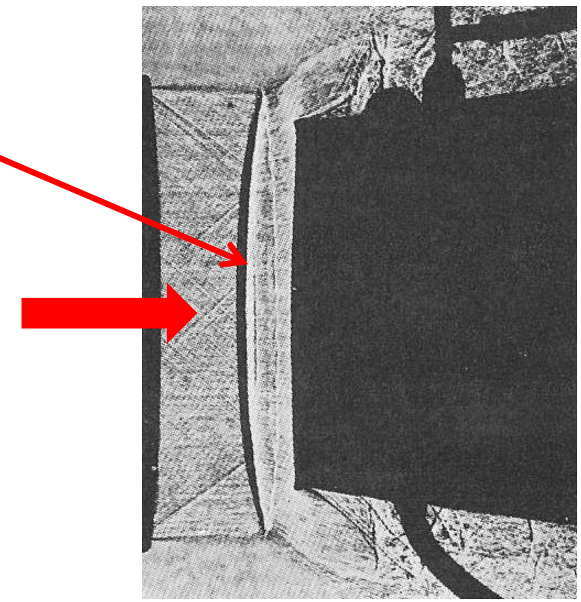
$M_1 > 1$

p_1, T_1, ρ_1

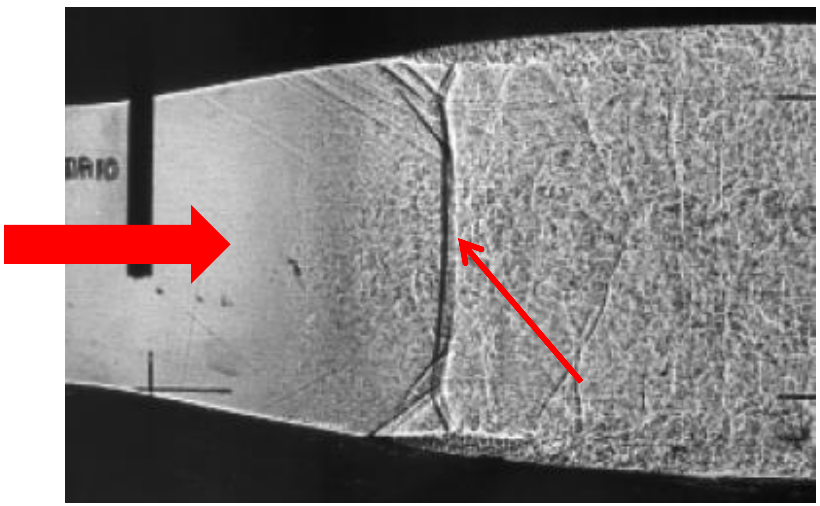
$M_2 < 1$

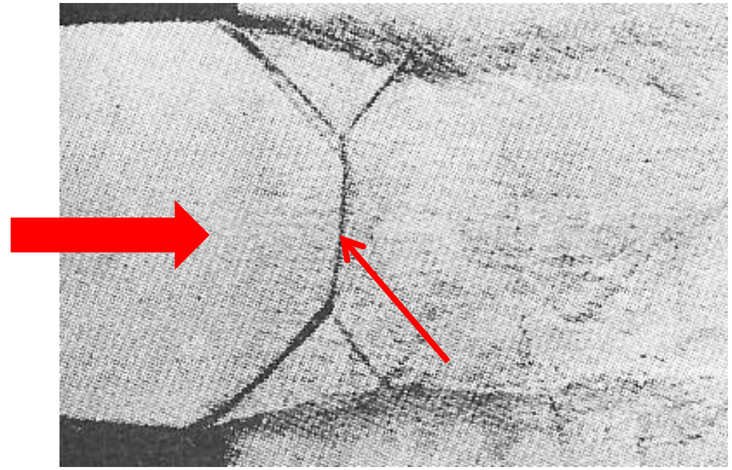
$p_2 > p_1, T_2 > T_1, \rho_2 > \rho_1$

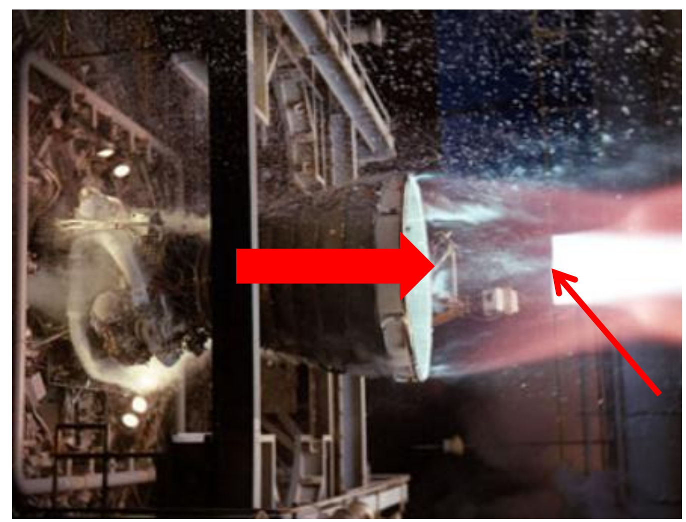
$p_{0,2} < p_{0,1}$



Chocs droits







Chocs obliques (oblique shock)

Non-normal à l'écoulement

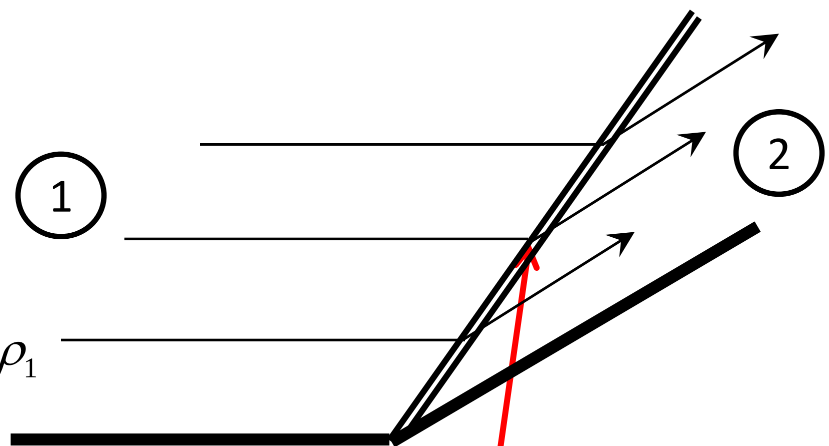
$$M_2 < M_1$$

$$p_2 > p_1, T_2 > T_1, \rho_2 > \rho_1$$

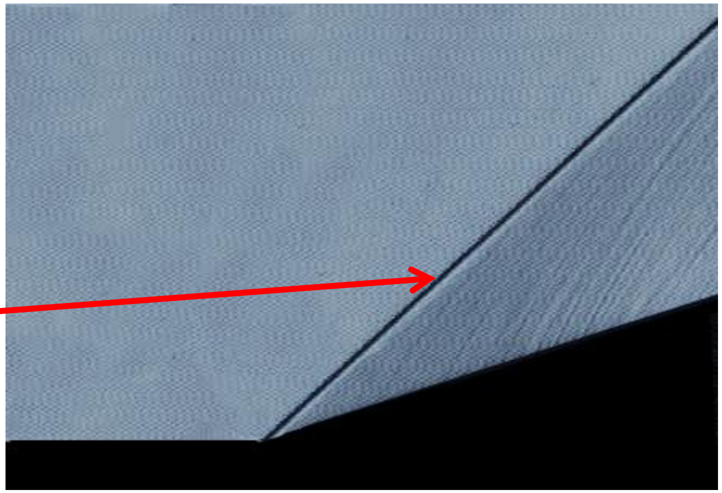
$$p_{0,2} < p_{0,1}$$

$M_1 > 1$

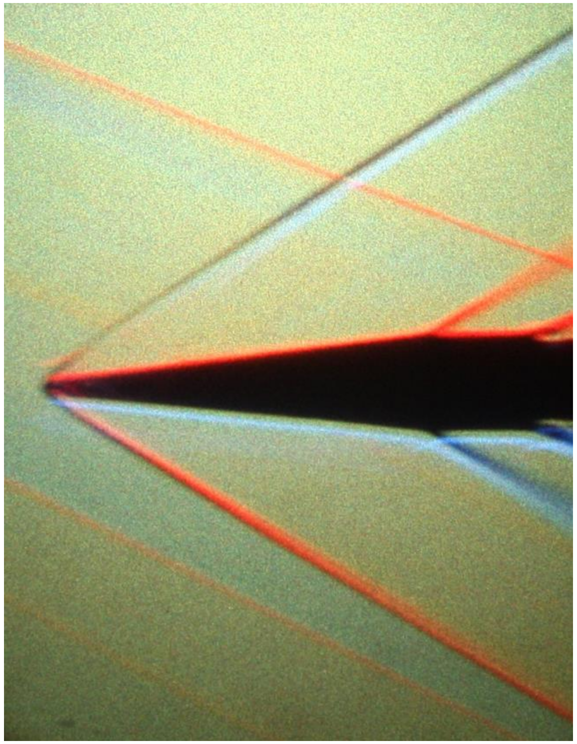
p_1, T_1, ρ_1



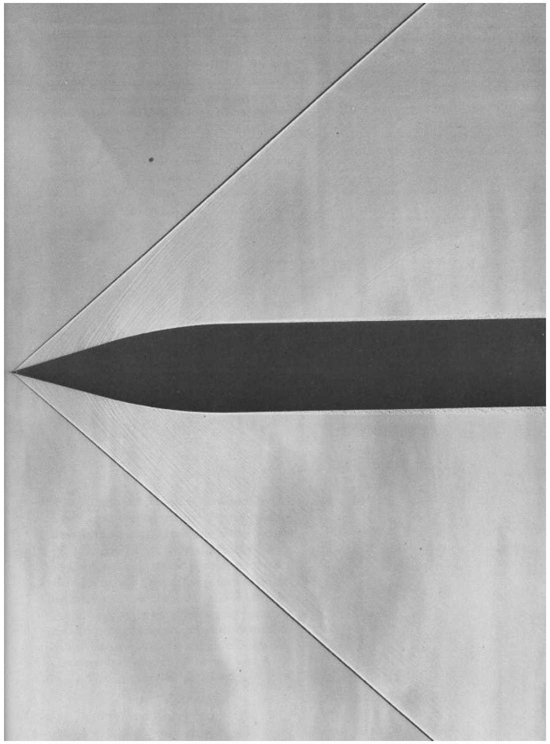
Onde de choc oblique



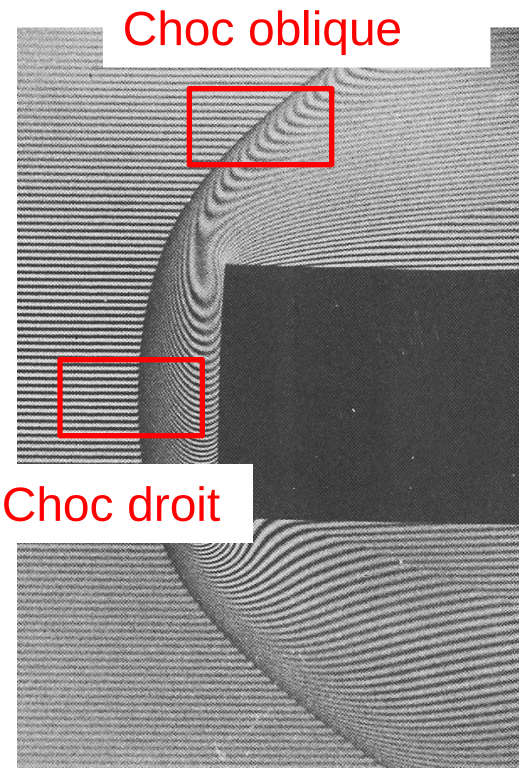
Chocs obliques



2D



Axisymétrique

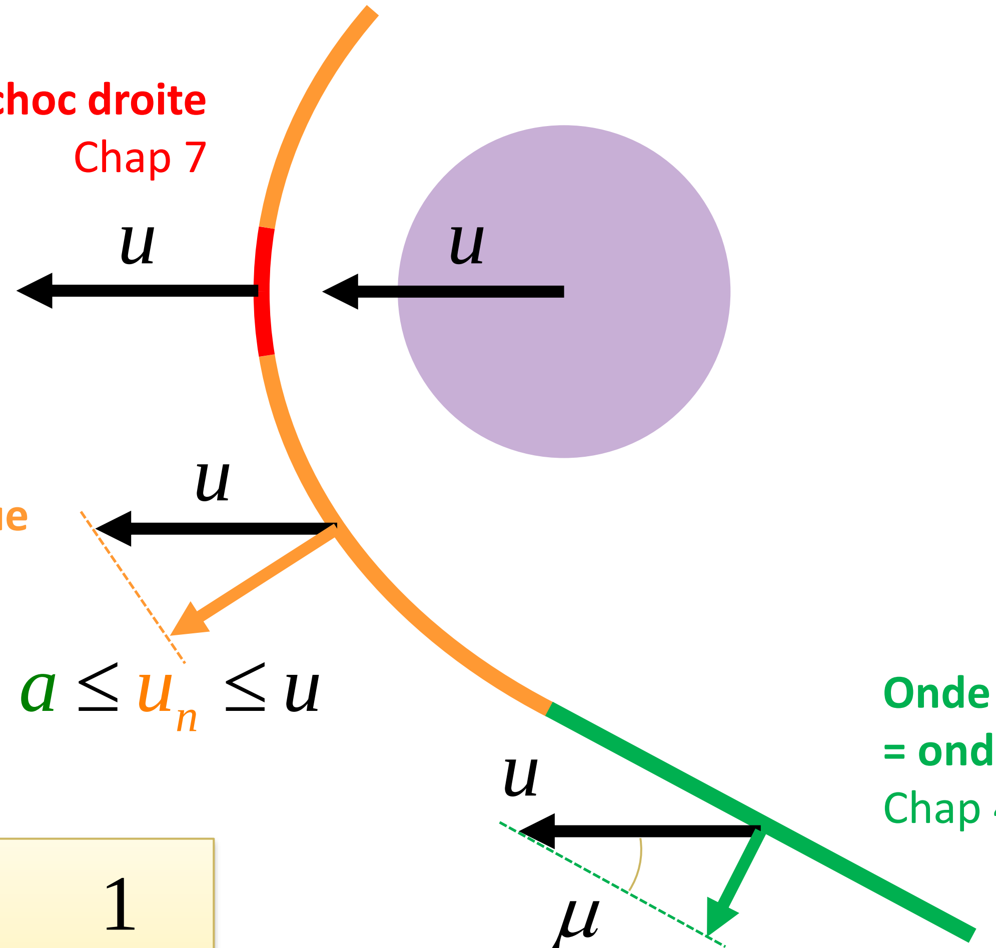


Choc courbe
(bow shock)

Classifications des ondes de chocs

Onde de choc droite
Chap 7

$$M = \frac{u}{a} > 1$$



Onde de choc oblique
Chap 8

$$a \le u_n \le u$$

Onde de Mach
= onde acoustique
Chap 4,5,8,9,10

$$u_n = a$$

$$\sin \mu = \frac{a}{u} = \frac{1}{M}$$

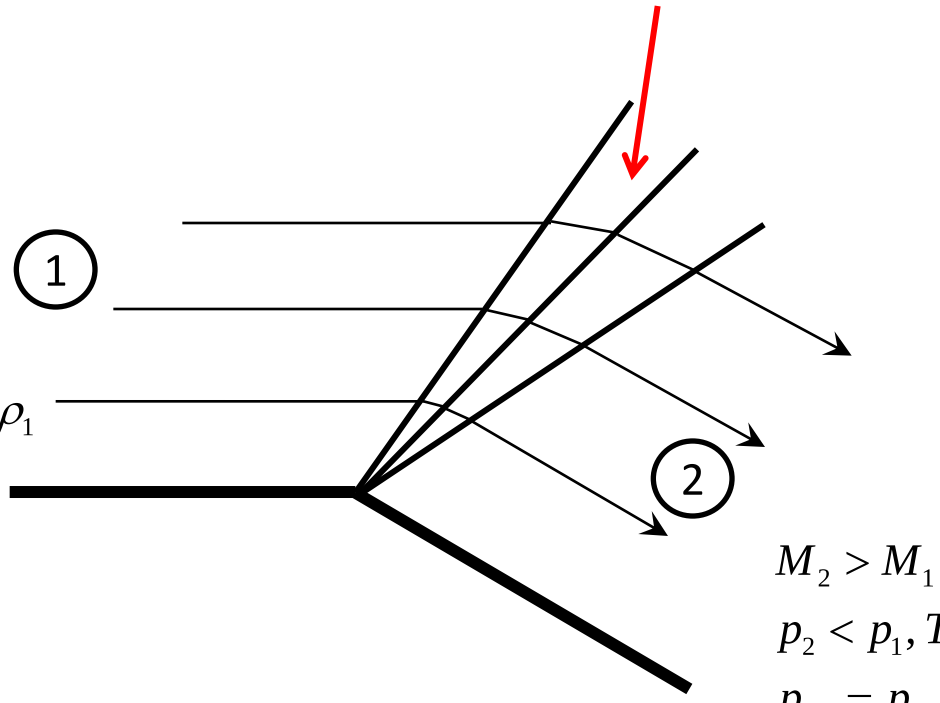
Définition

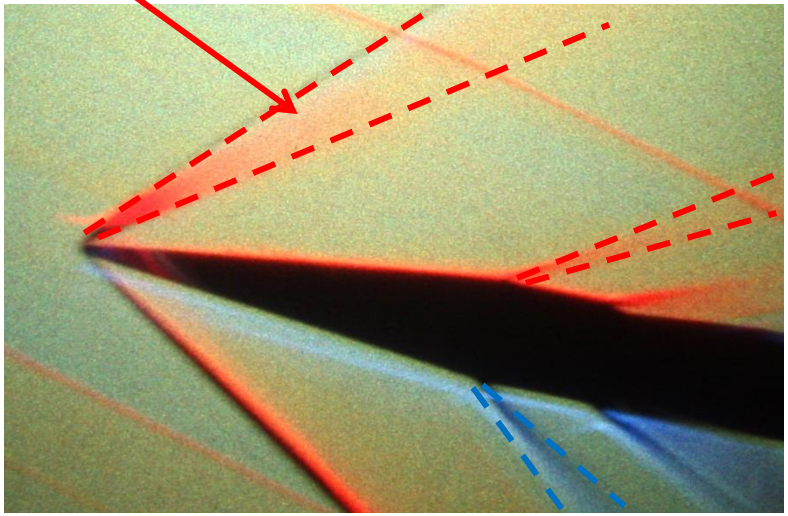
- Une onde de détente est une zone de l'espace où la pression décroit de manière continue
- Un domaine de détente est composé d'un faisceau de lignes (ondes) de Mach

= Eventail de Prandtl-Meyer (Prandtl-Meyer fan)

$M_1 > 1$

p_1, T_1, ρ_1



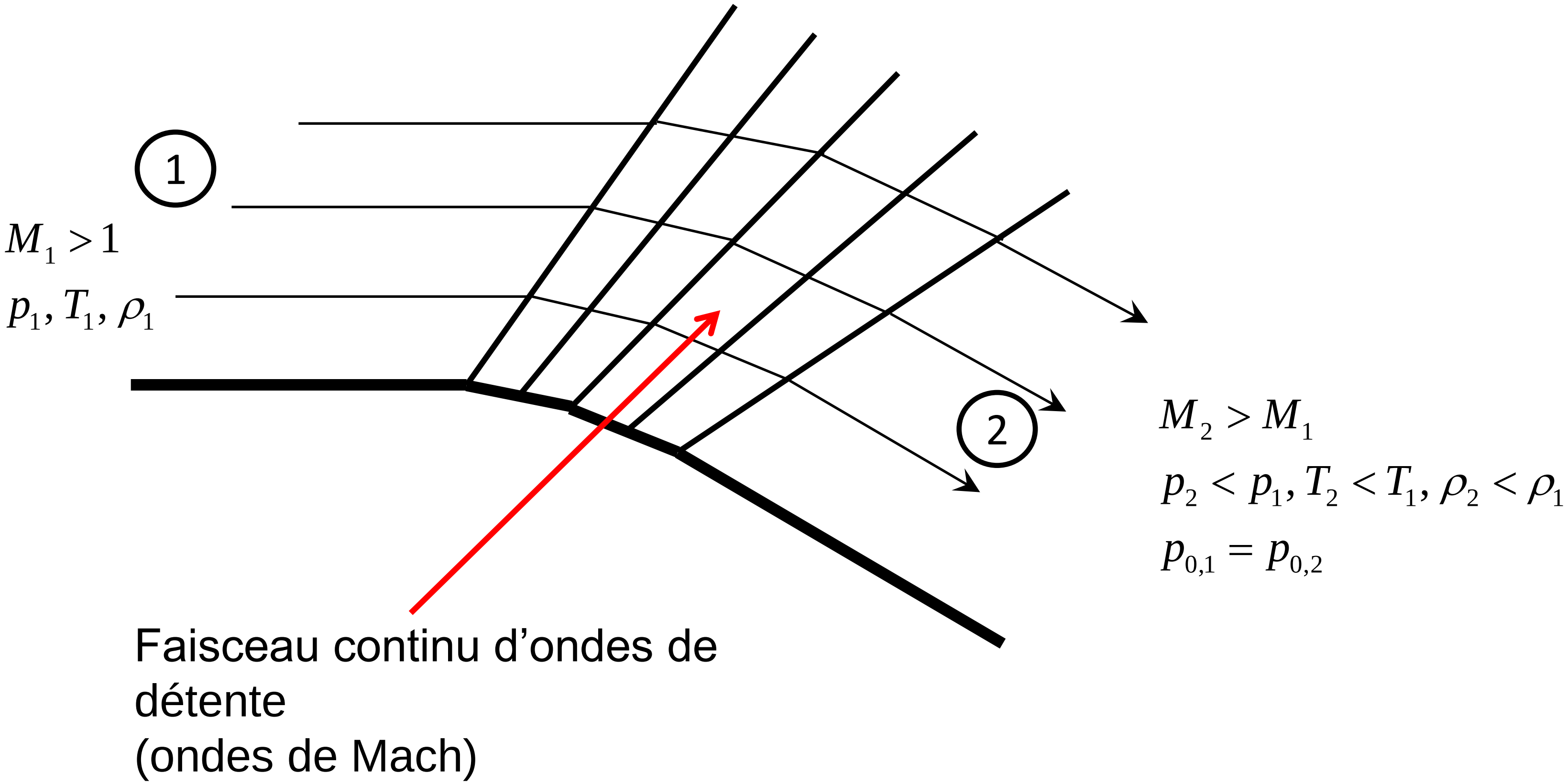


$M_2 > M_1$

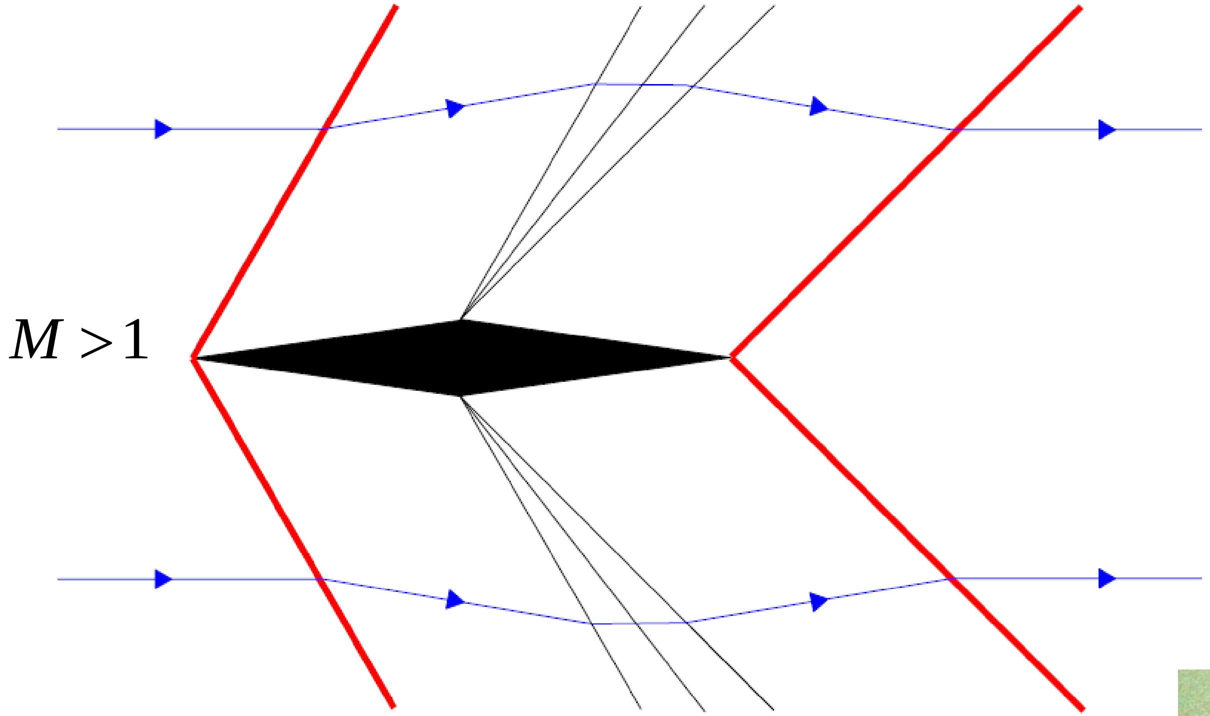
$p_2 < p_1, T_2 < T_1, \rho_2 < \rho_1$

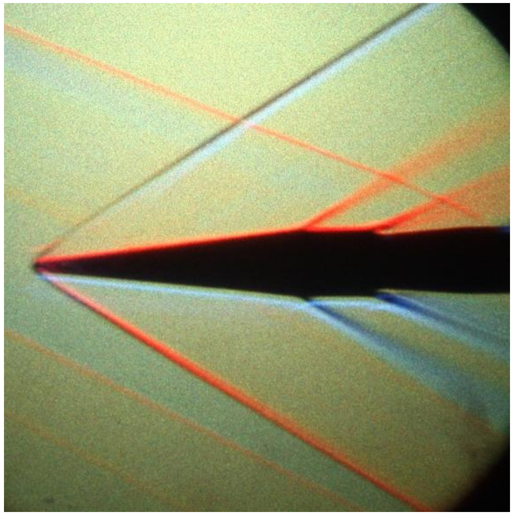
$p_{0,1} = p_{0,2}$

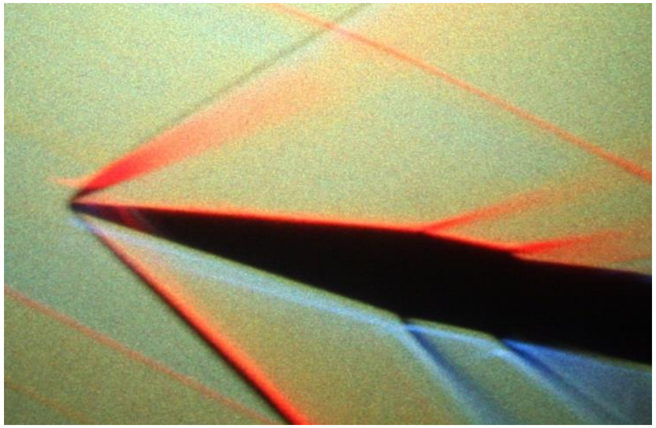
Ondes de détente



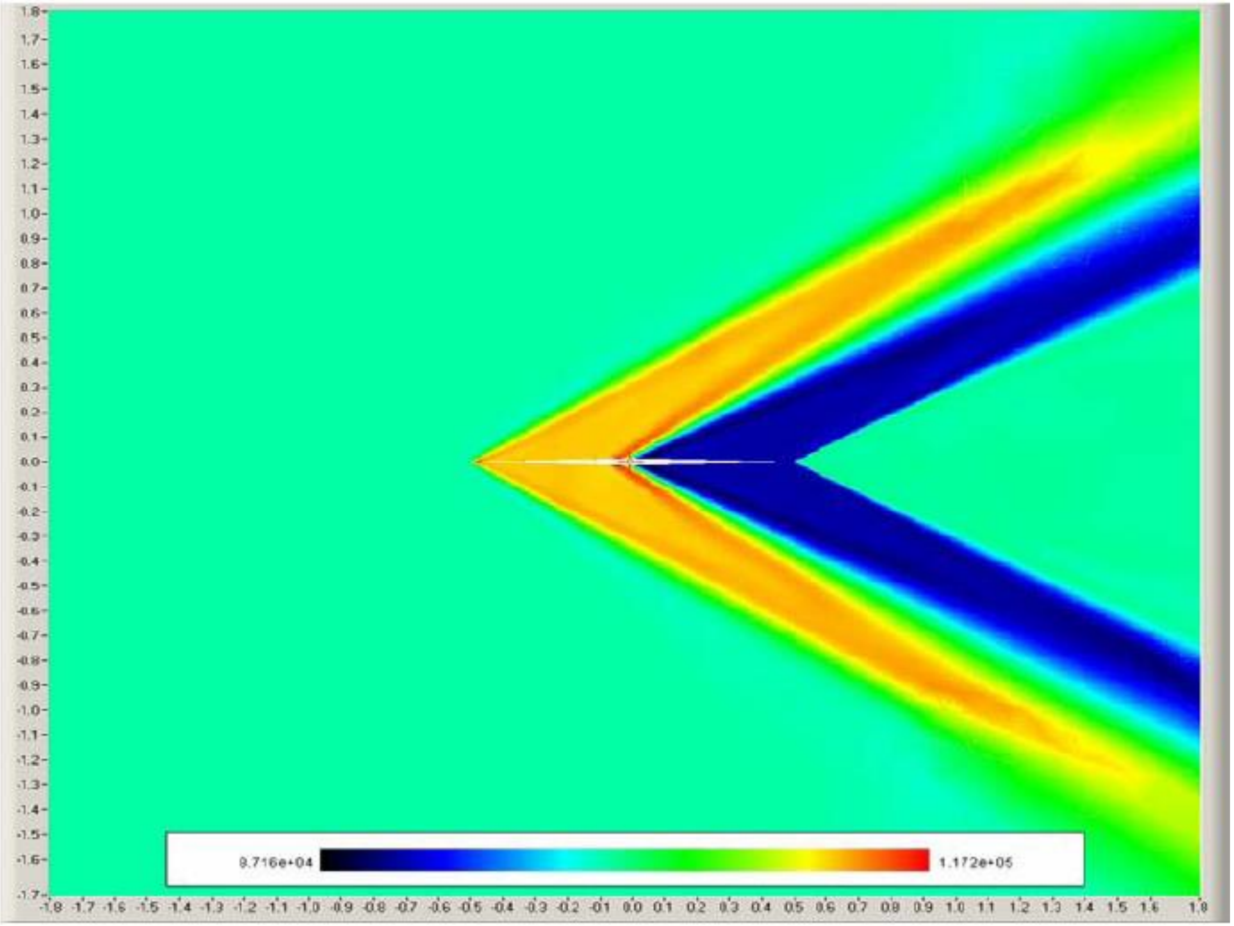
Ondes de chocs et ondes de détente







Angle d’attaque nul



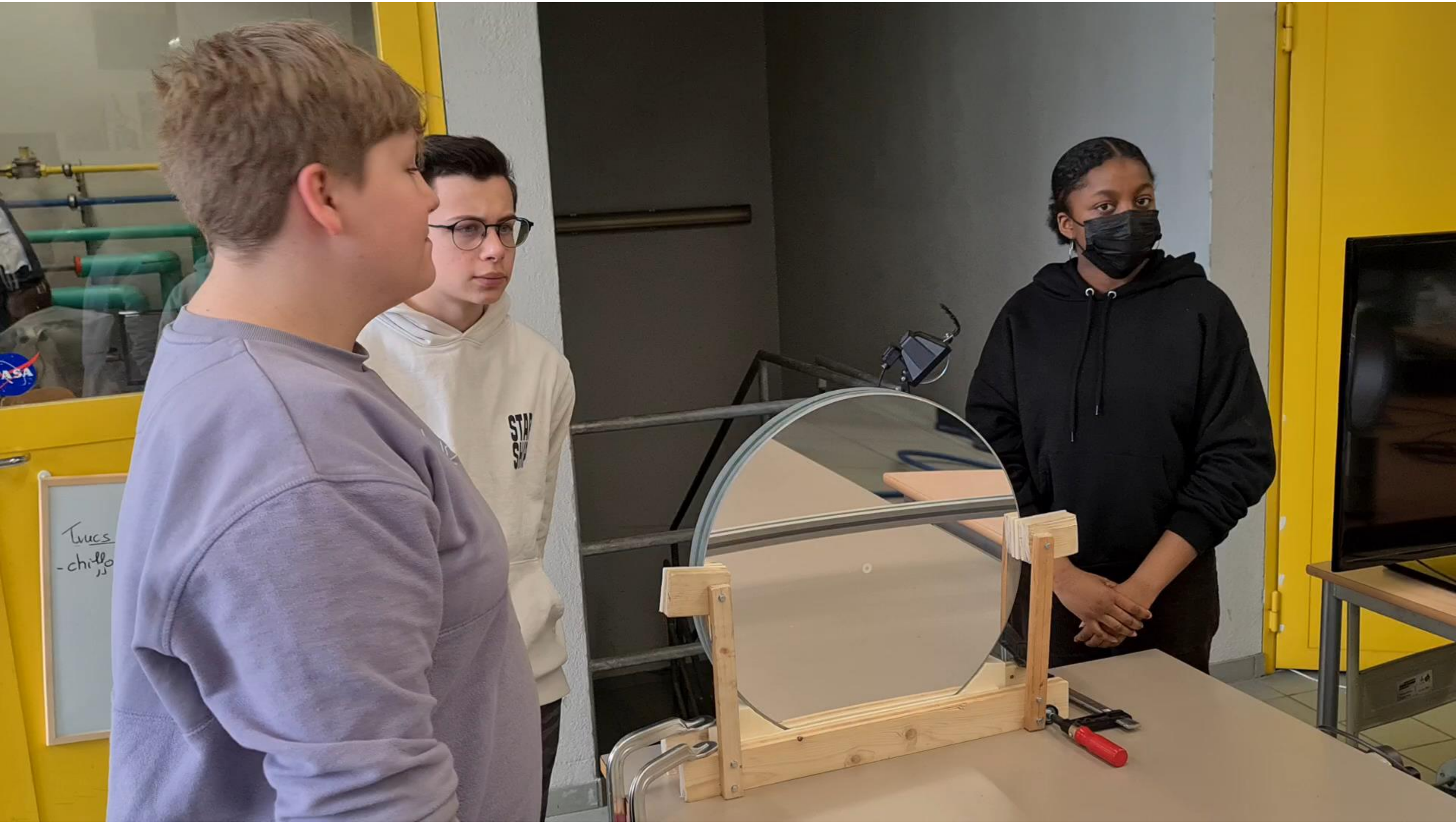
Quelques exemples

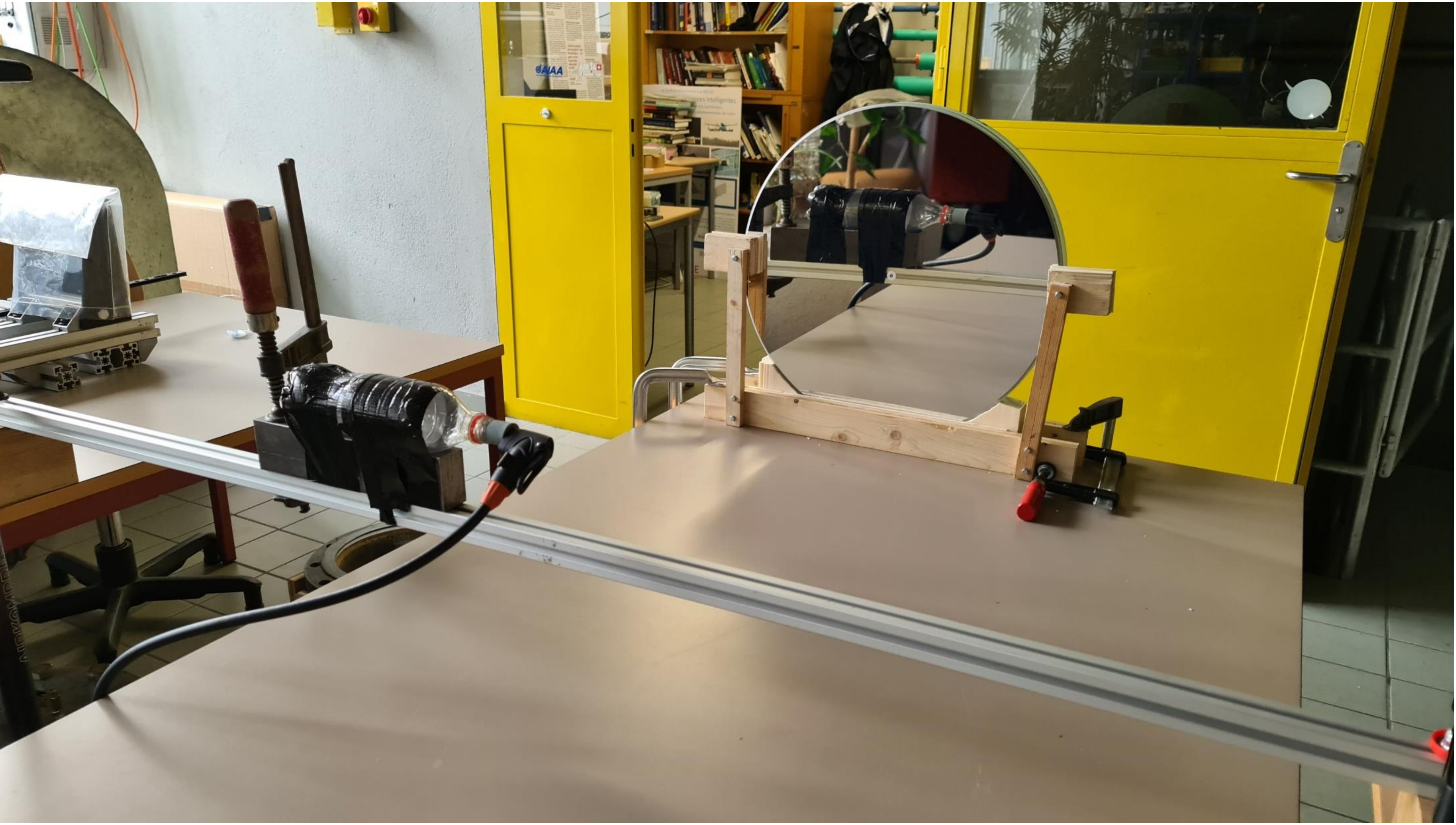
Quelques exemples

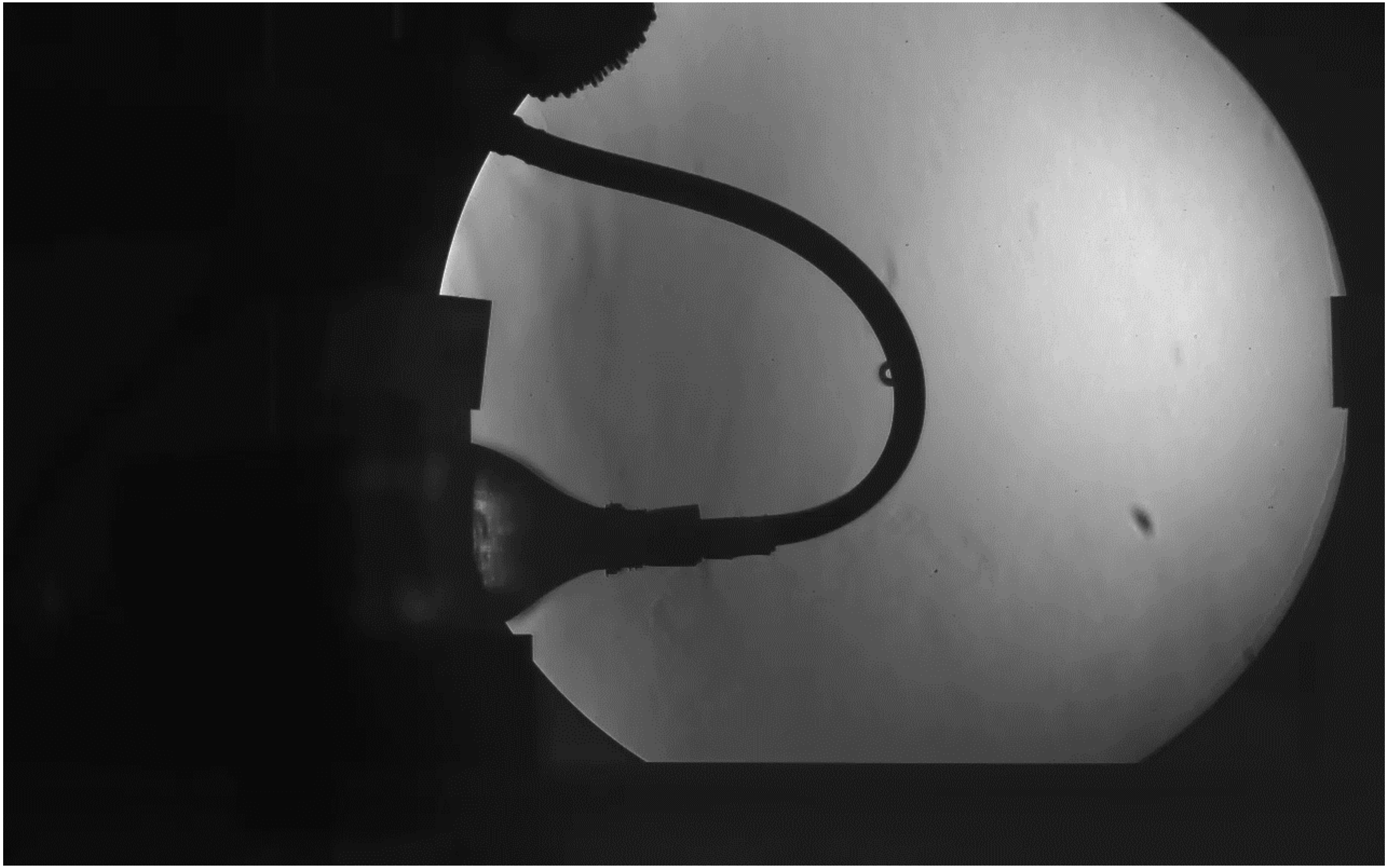
Quelques exemples

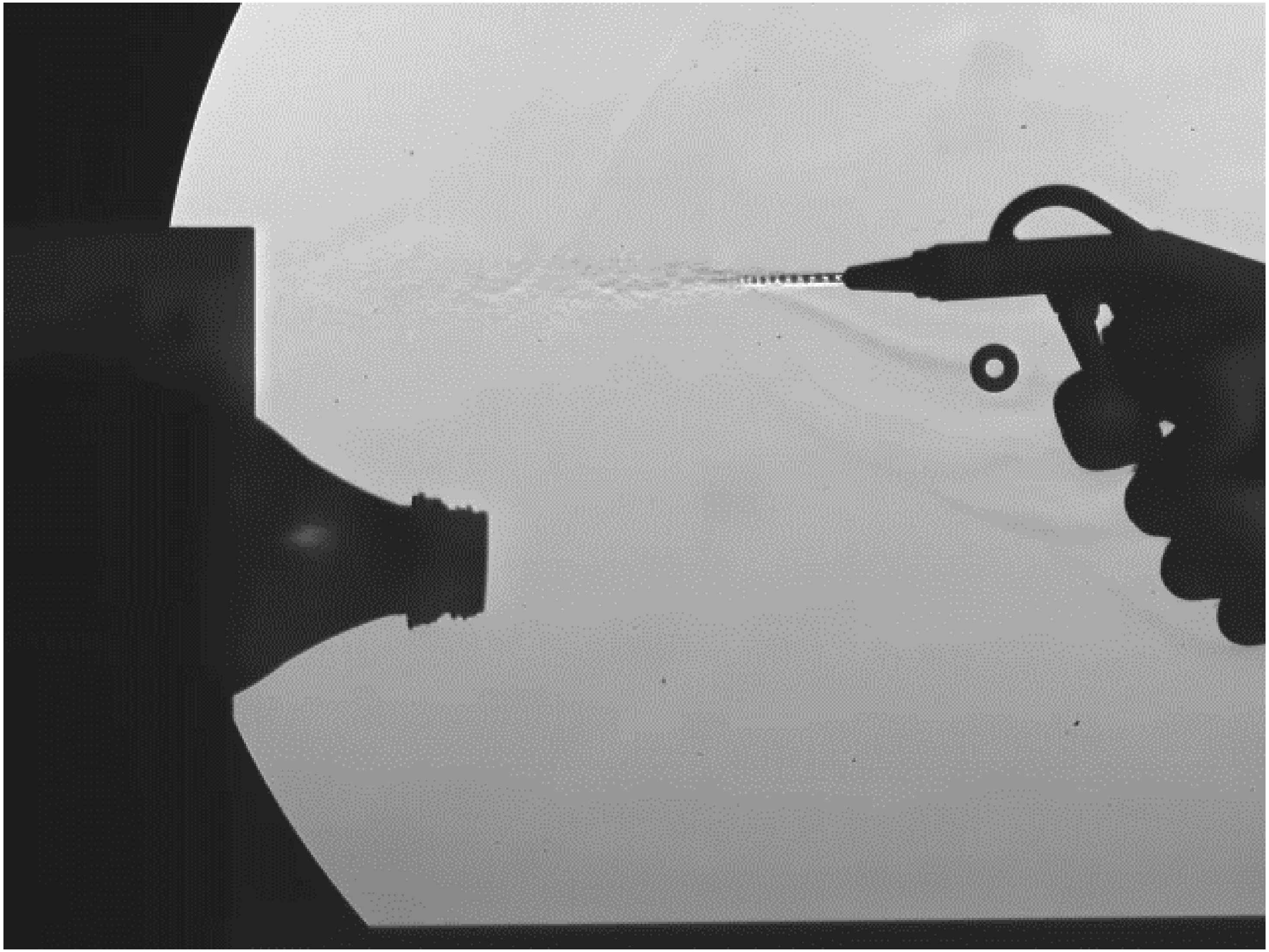
Quelques exemples

Quelques exemples

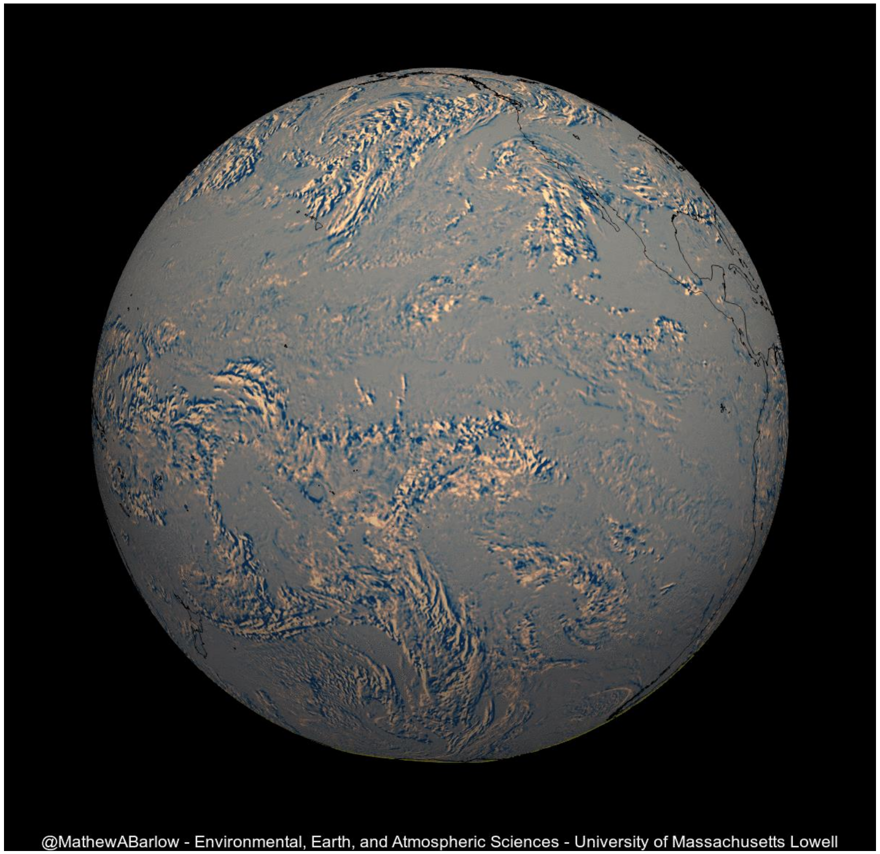


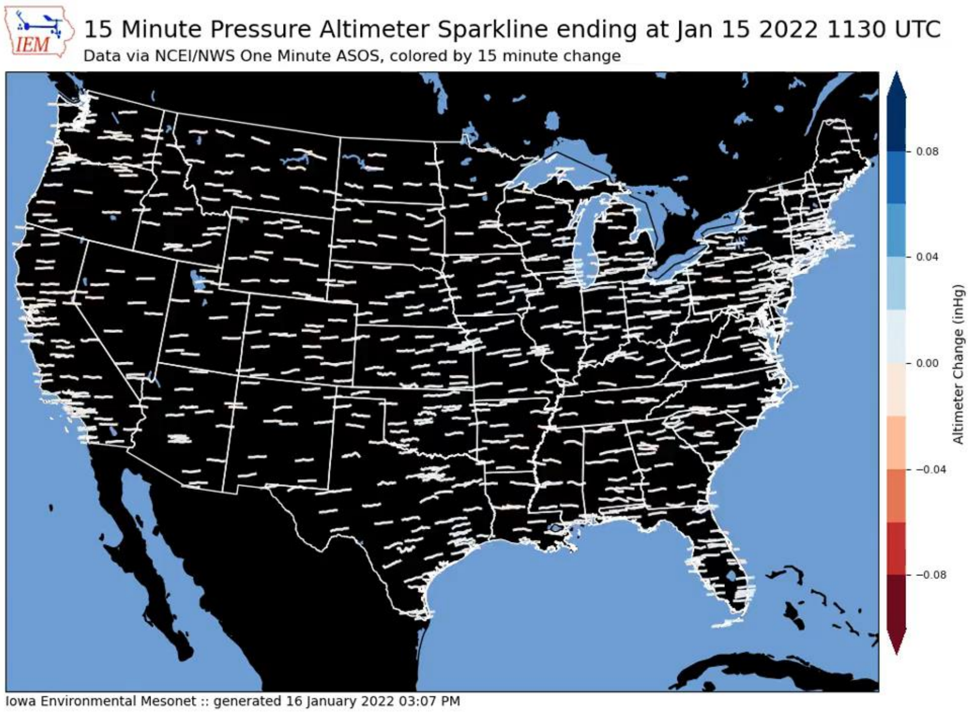




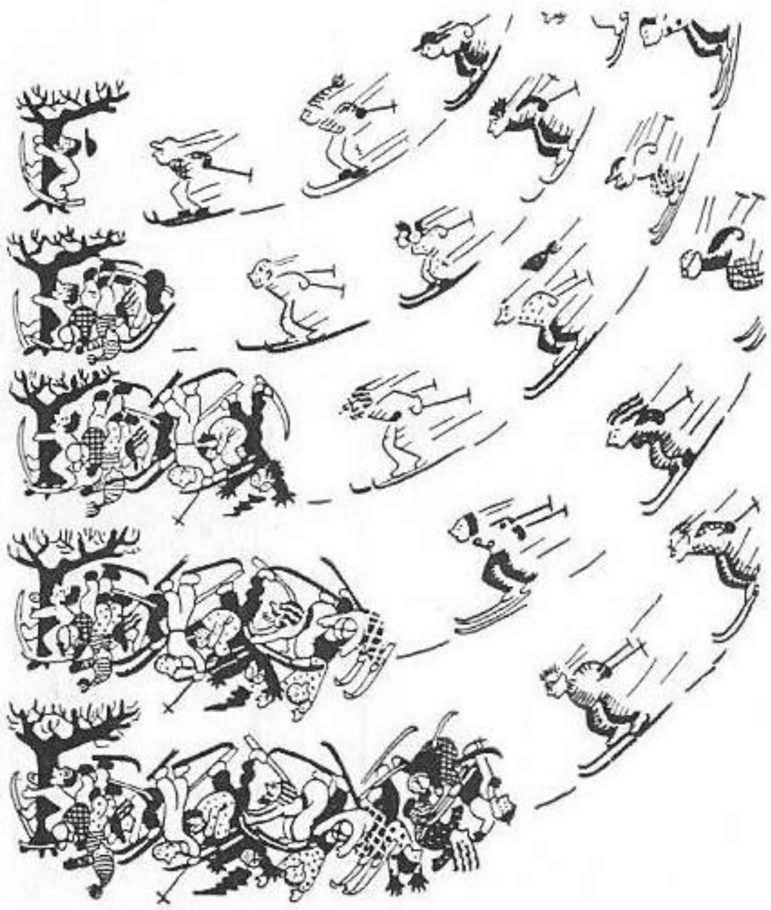


Quelques exemples





Ondes dans d’autres contextes



Ondes dans d’autres contextes

Ondes dans d’autres contextes

Ondes dans d’autres contextes

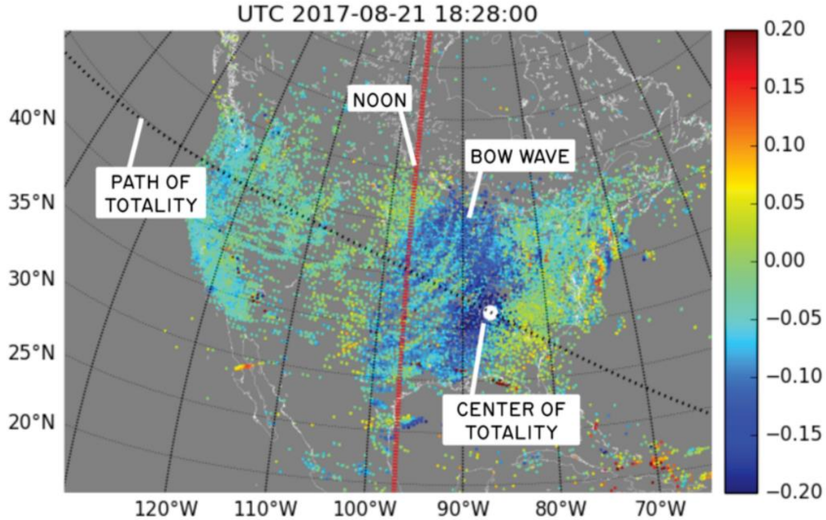

Total Solar Eclipse
8 April 2024

Ionospheric Bow Waves and Perturbations Induced by the 21 August 2017 Solar Eclipse

Shun-Rong Zhang[1], **Philip J. Erickson**[1], **Larisa P. Goncharenko**[1], **Anthea J. Coster**[1], **William Rideout**[1], **and Juha Vierinen**[2]

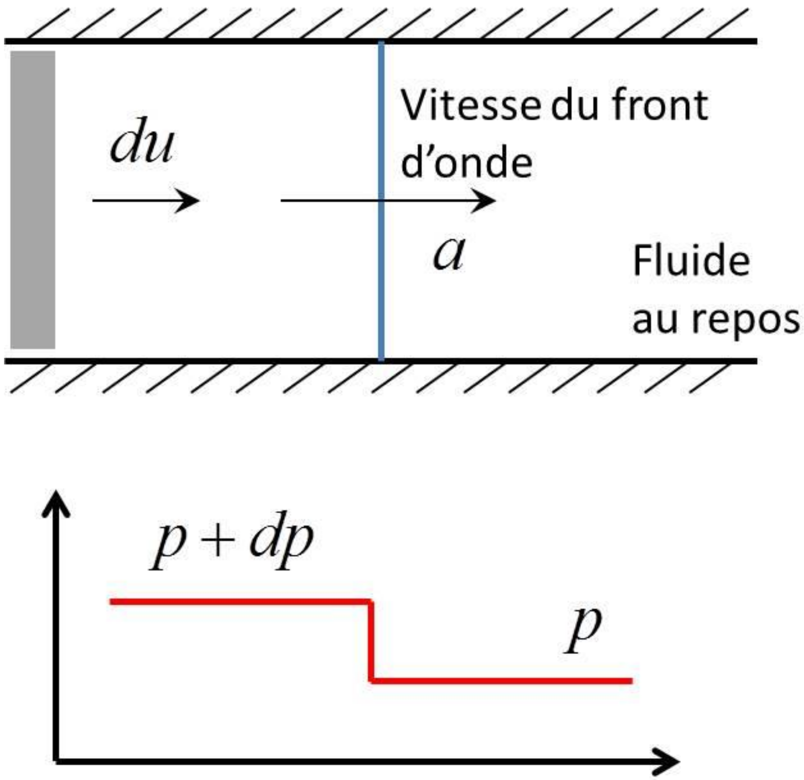
[1]MIT Haystack Observatory, Westford, MA, USA, [2]Department of Physics and Technology, University of Tromsø, Tromsø, Norway

Abstract During solar eclipses, the Moon's shadow causes a large reduction in atmospheric energy input, including not only the stratosphere but also the thermosphere and ionosphere. The eclipse shadow has a supersonic motion which is theoretically expected to generate atmospheric bow waves, similar to a fast-moving river boat, with waves starting in the lower atmosphere and propagating into the ionosphere.

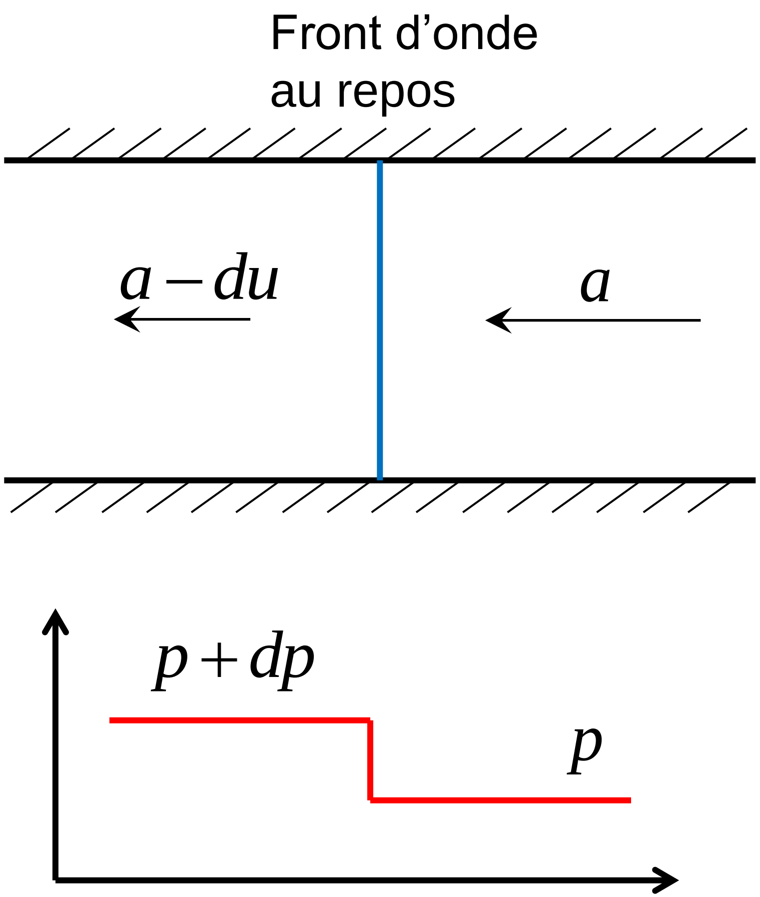


Ondes dans d'autres contextes

- Onde de compression isentropique



Repère fixe par rapport au fluide

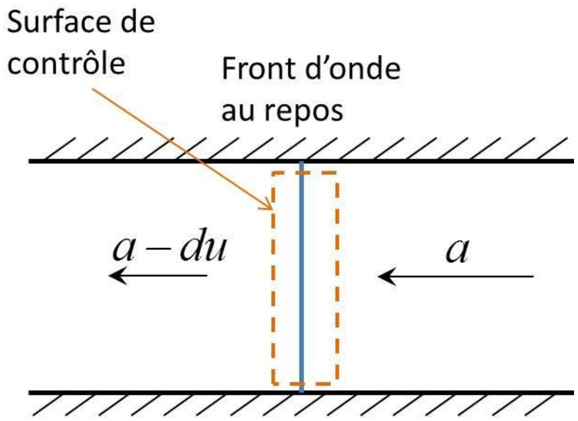


Repère fixe par rapport à l’onde

Formation d'ondes de choc et de détente

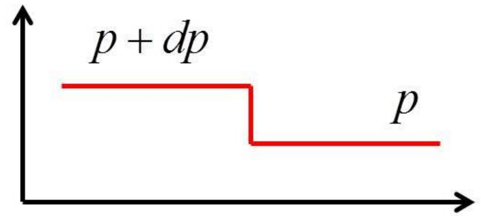
➢ En appliquant la conservation de quantité de mouvement sur la surface de contrôle

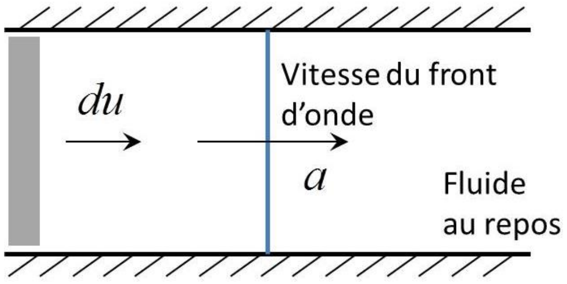
$$A[p-(p+dp)]=\rho Aa[(a-du)-a]$$



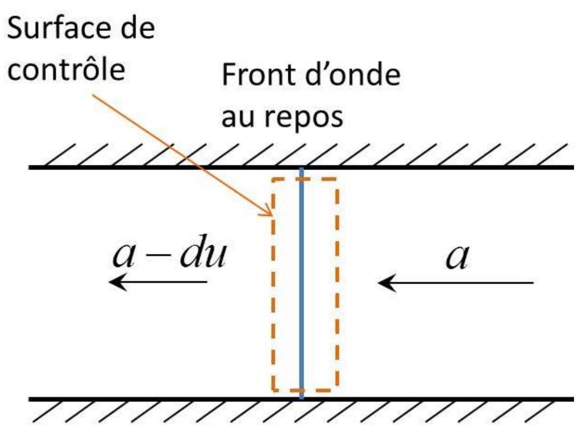
➢ On obtient la formule d'Allievi

$$\boxed{dp=\rho\cdot a\cdot du}$$





- En appliquant la conservation masse sur la surface de contrôle



$$(\rho + d\rho)A(a - du) = \rho A a$$

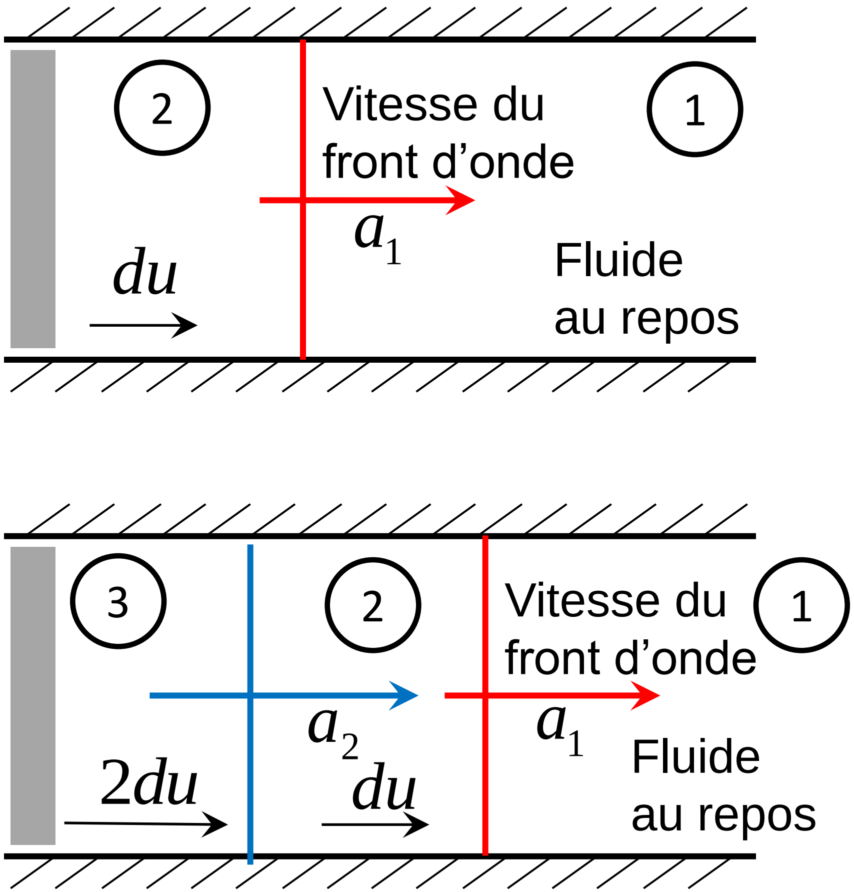
$$\longrightarrow \quad \frac{d\rho}{\rho} = \frac{du}{a}$$

- En la combinant avec la formule d'Allievi $\quad dp = \rho \cdot a \cdot du$

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s$$

Formation d'ondes de choc et de détente

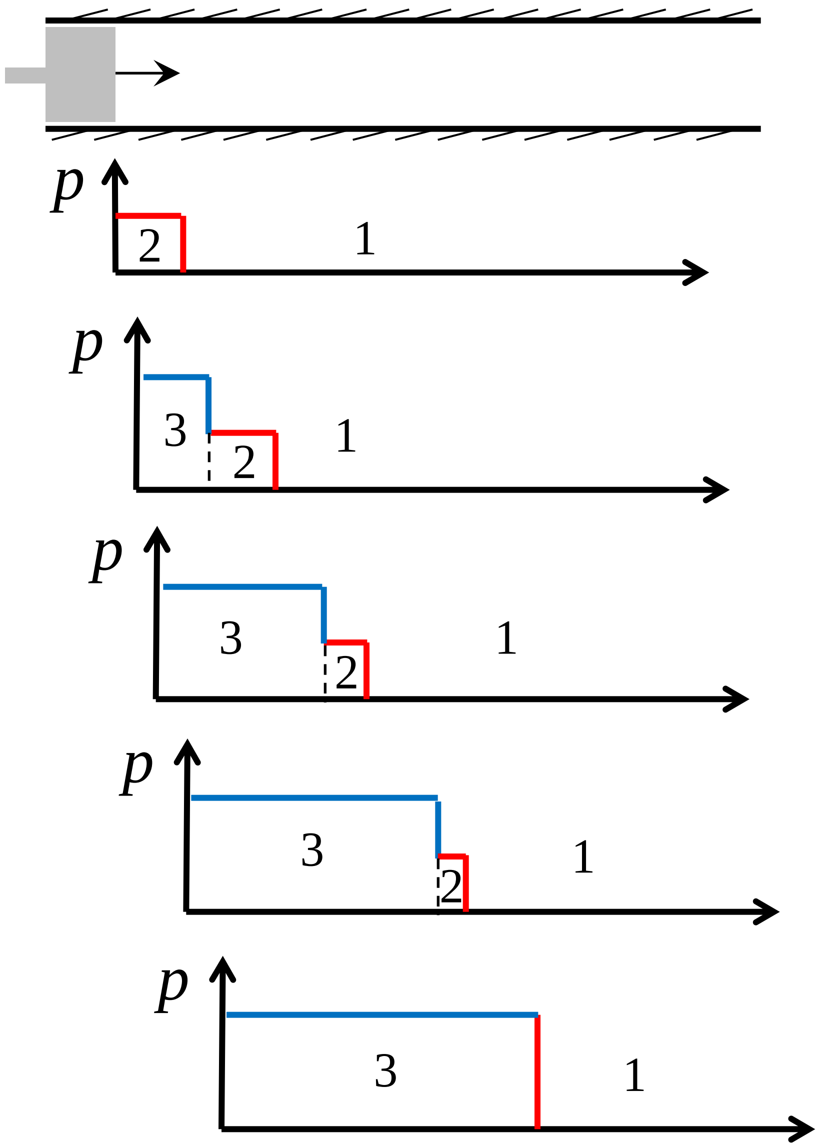
EPFL



- La première onde se propage à la vitesse du son dans le fluide 1, a_1
- La deuxième onde:
  - ✓ va «surfer» sur le fluide 2 se déplaçant à la vitesse du
  - ✓ va se propager à la vitesse du son du fluide 2, a_2
    - avec, pour un gaz parfait $a_2 > a_1$ car la température dans la zone 2 est maintenant plus haute que dans la zone 1
  - ✓ va donc se propager dans le référentiel du fluide 1 à une vitesse

$$a_2 + du > a_1$$

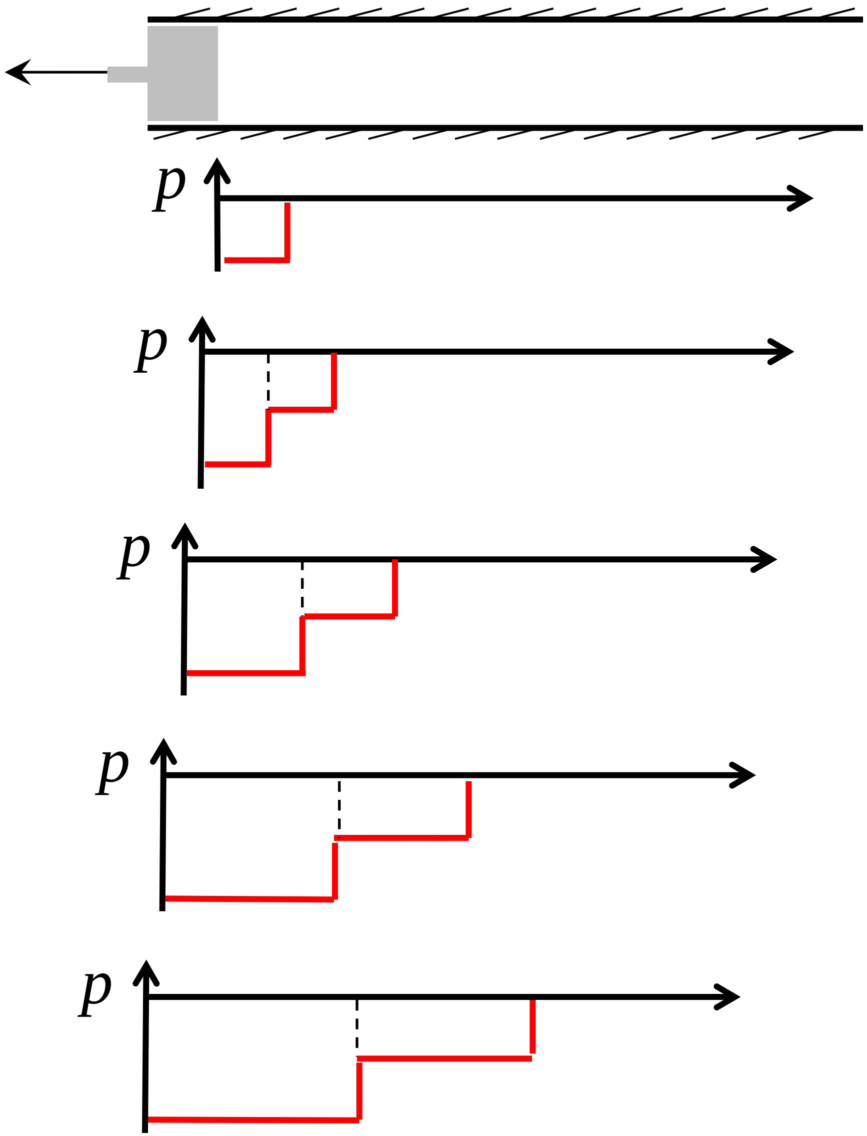
Formation d'ondes de choc et de détente



- La deuxième onde rattrape la première
- Onde de compression de plus grande amplitude

Onde de choc

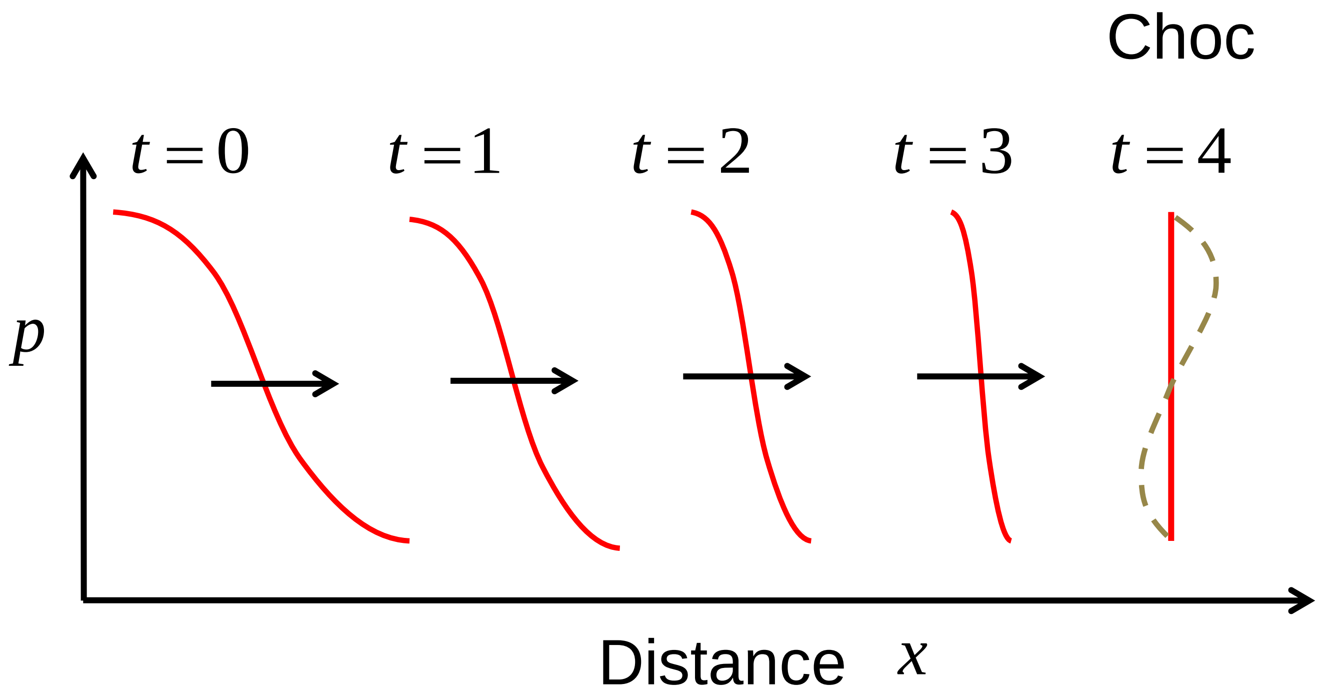
Formation d'ondes de choc et de détente



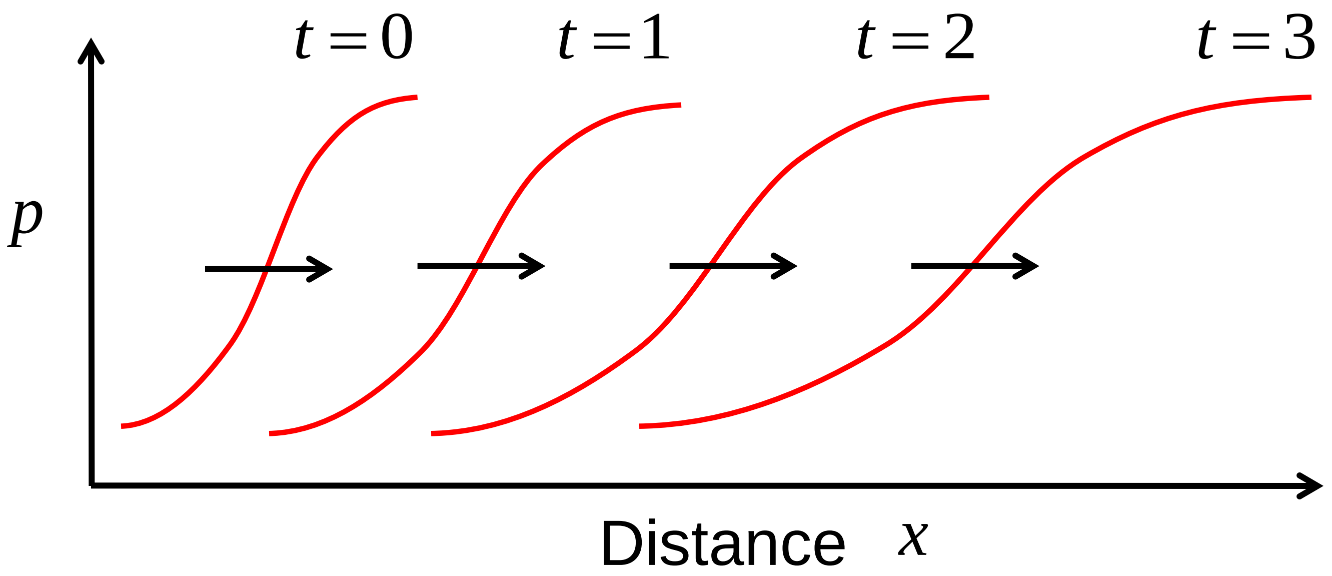
- La deuxième onde ne rattrape jamais la première

- Onde de détente restant isentropique

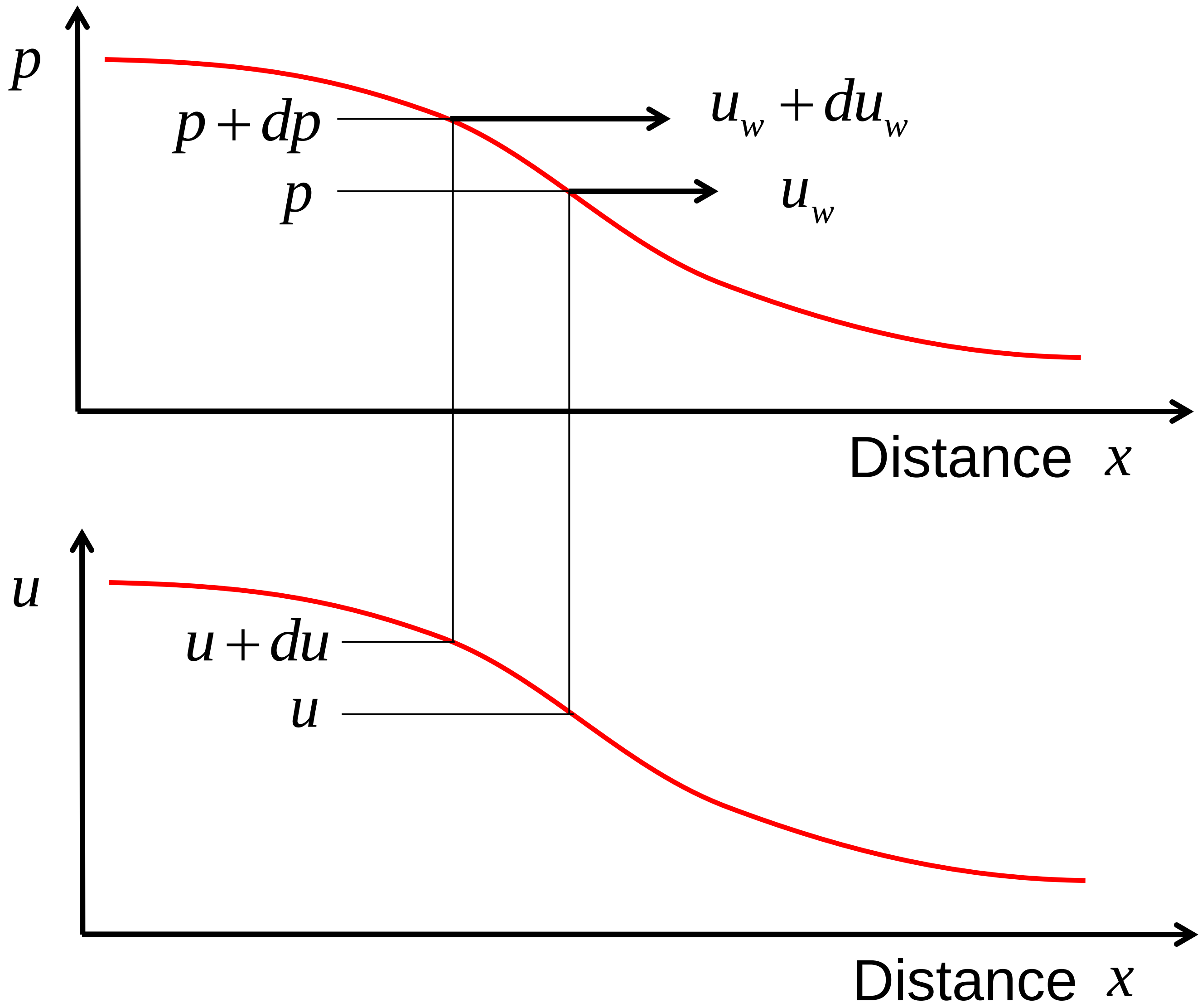
Formation d'ondes de choc et de détente



Formation d'ondes de choc et de détente



Formation d'ondes de choc et de détente



Vitesse de l'onde (wave)

Vitesse du fluide

$$u_w = u + a$$

Vitesse du son

$$\longrightarrow \quad du_w = du + da$$

$$\longrightarrow \quad \boxed{\frac{du_w}{dp} = \frac{du}{dp} + \frac{da}{dp}}$$

- Objectif: savoir comment varie la vitesse de l'onde avec la pression pour un fluide quelconque

$$\boxed{\frac{du_w}{dp} = \frac{du}{dp} + \frac{da}{dp}}$$

- Formule d’Allievi $dp = \rho \cdot a \cdot du \longrightarrow \dfrac{du}{dp} = \dfrac{1}{\rho a}$

- Formule Chap 4 $\dfrac{da^2}{dp} = \dfrac{2}{\rho}(\Gamma - 1)$ avec $\Gamma = \dfrac{a^4}{2v^3}\left(\dfrac{\partial^2 v}{\partial p^2}\right)_s$

Dérivée fondamentale

Pour un gaz parfait: $\Gamma = \dfrac{\gamma + 1}{2}$

- Ainsi

$$\frac{du_w}{dp} = \frac{du}{dp} + \frac{da}{dp} = \frac{1}{\rho a} + \frac{1}{\rho a}(\Gamma - 1)$$

$$\boxed{\frac{du_w}{dp} = \frac{1}{\rho a}\Gamma}$$

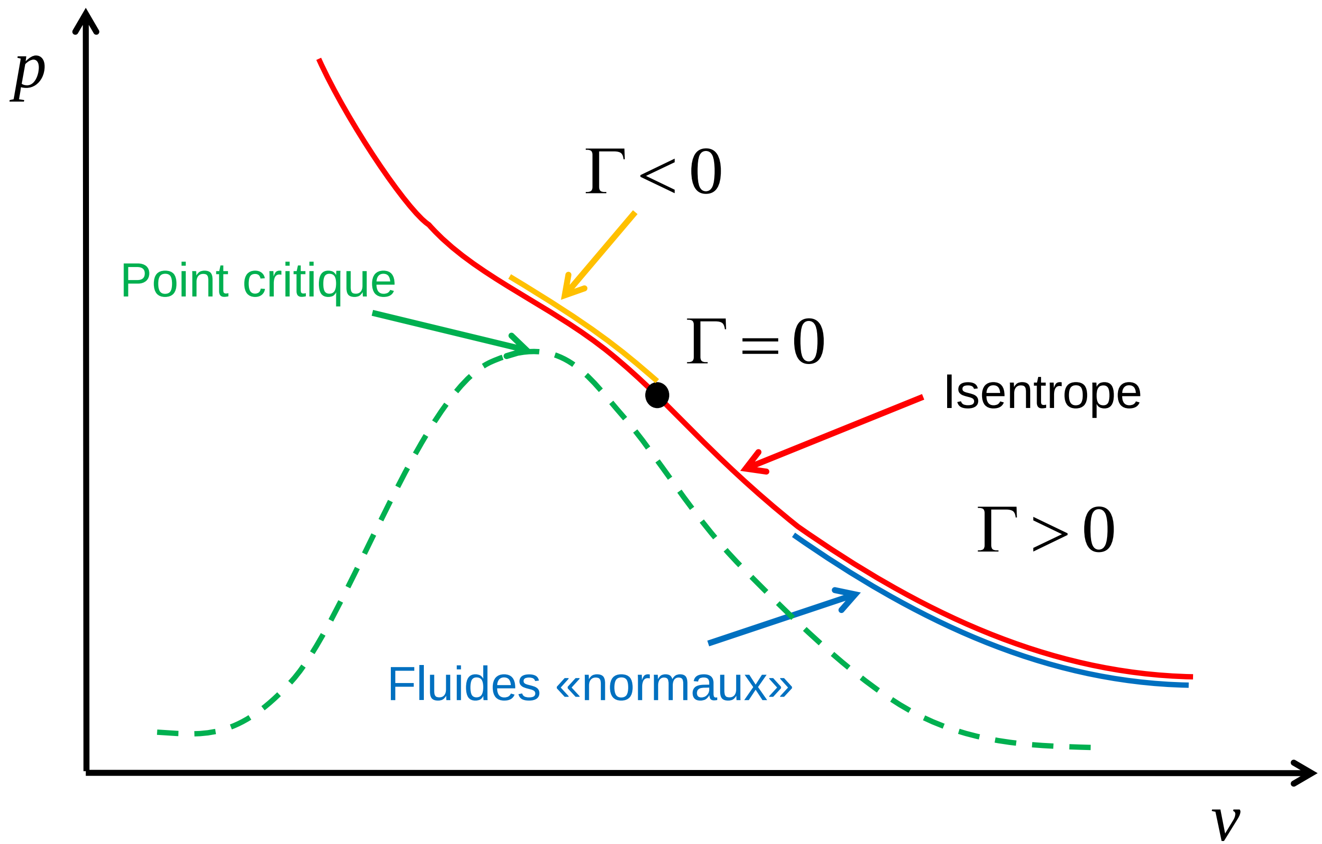
- La variation de la vitesse de l’onde avec la pression dépend du signe de Γ
- Pour un gaz parfait $\Gamma = \frac{\gamma + 1}{2} > 1$ donc positif
- Pour la plupart des fluides $\Gamma > 0$
- Pour des fluides normaux, on obtient toujours des **chocs de compression**.

- Cas ésotérique

$$\frac{du_w}{dp} = \frac{1}{\rho a}\Gamma$$

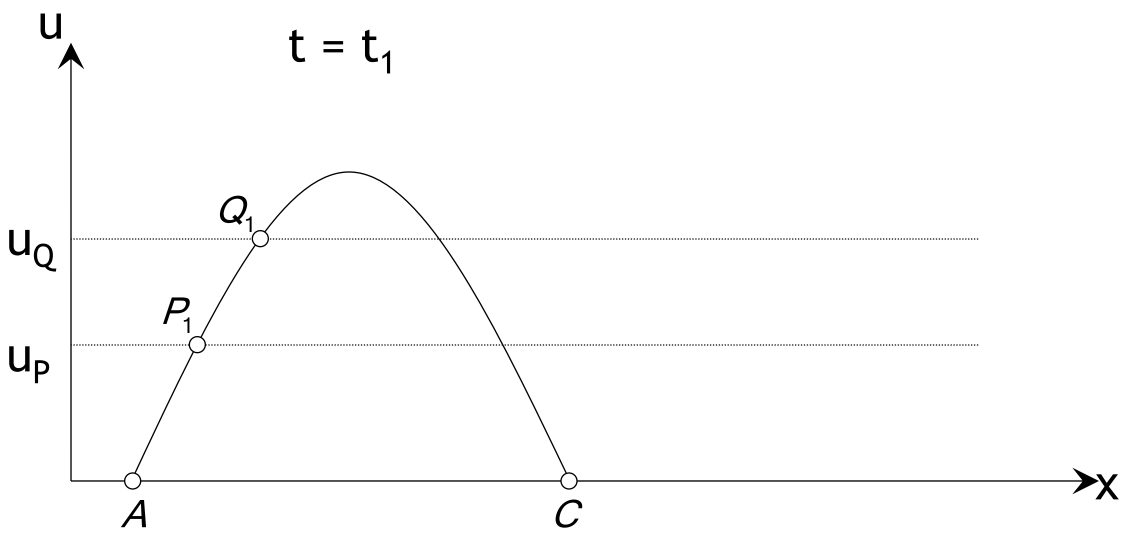
$$\Gamma = \frac{a^4}{2v^3}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial p^2}\right)_s$$

Prop à la courbure de l'isentrope sur diagramme p-v



- Pour des fluides proches du point critique, on peut avoir des **chocs de détente (ou raréfaction)**.

- On considère un domaine monodimensionnel avec la distribution de vitesse u(x) suivante



- Etudions la propagation de cette perturbation et celle des points P et Q.

- On adopte les hypothèses suivantes
    - Pas de forces volumiques
    - Pas de rayonnement
    - Ecoulement isentropique
    - Pas de transfert de chaleur

- Equations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

- Comme le fluide est idéal, la propagation est isentropique, u et p sont des fonctions de ρ. Ainsi,

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{du} \boxed{\frac{\partial u}{\partial t}} + \rho \boxed{\frac{\partial u}{\partial x}} + u \frac{d\rho}{du} \boxed{\frac{\partial u}{\partial x}} &= 0 \\ \boxed{\frac{\partial u}{\partial t}} + u \boxed{\frac{\partial u}{\partial x}} + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\rho} \frac{d\rho}{du} \boxed{\frac{\partial u}{\partial x}} &= 0 \end{aligned} \quad \longleftrightarrow \quad \begin{pmatrix} \frac{d\rho}{du} & \rho + u \frac{d\rho}{du} \\ 1 & u + \frac{1}{\rho} \frac{dp}{d\rho} \frac{d\rho}{du} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boxed{\frac{\partial u}{\partial t}} \\ \boxed{\frac{\partial u}{\partial x}} \end{pmatrix} = 0$$

- Pour une solution non triviale, il faut déterminant nul. On obtient finalement,

$$\frac{du}{d\rho} = \pm \frac{1}{\rho} \left(\frac{dp}{d\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad \longleftrightarrow \quad u = \pm \int \left(\frac{dp}{d\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\rho}{\rho}$$

- Comme la propagation est isentropique, on a

$$u = \int_{\rho_0}^{\rho} \left(k\gamma\rho^{\gamma-1}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\rho}{\rho} = \frac{2}{\gamma-1}(k\gamma)^{\frac{1}{2}}\left[\rho^{\frac{\gamma-1}{2}}\right]_{\rho_0}^{\rho}$$

$$u = \pm\int\left(\frac{dp}{d\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{d\rho}{\rho}$$

$$p = k\cdot\rho^{\gamma}$$

- Par substitution inverse de la relation isentropique et en utilisant la relation de la célérité du son ci-contre, on obtient

$$u = \frac{2}{\gamma-1}\left[\left(k\gamma\rho^{\gamma-1}\right)^{\frac{1}{2}} - \left(k\gamma{\rho_0}^{\gamma-1}\right)^{\frac{1}{2}}\right] = \frac{2}{\gamma-1}\left(a-a_0\right)$$

$$a^2 = \gamma\frac{p}{\rho} = k\gamma\rho^{\gamma-1}$$

$$\boxed{u = \frac{2}{\gamma-1}\left(a-a_0\right)}$$

- Si on substitue la première équation ci-contre dans la seconde, on a

$$\frac{du}{d\rho} = \pm\frac{1}{\rho}\left(\frac{dp}{d\rho}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho}\frac{dp}{d\rho}\frac{d\rho}{du}\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \left[u + \left(\frac{dp}{d\rho}\right)^{\frac{1}{2}}\right]\frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

- Si on substitue la première équation ci-contre dans celle précédente, on a

$$a^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s$$

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial t} + (u+a)\frac{\partial u}{\partial x} = 0}$$

- Par définition, la différentielle du s'écrit comme suit

$$du = \frac{\partial u}{\partial t}dt + \frac{\partial u}{\partial x}dx = dt\left(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{dx}{dt}\frac{\partial u}{\partial x}\right)$$

- Donc, pour du = 0, on obtient par comparaison

$$u = \frac{2}{\gamma-1}(a-a_0)$$

$$\boxed{\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{dx}{dt}\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad \text{avec} \qquad \frac{dx}{dt} = u + a = a_0 + \frac{\gamma+1}{2}u}$$

- **Interprétation physique**

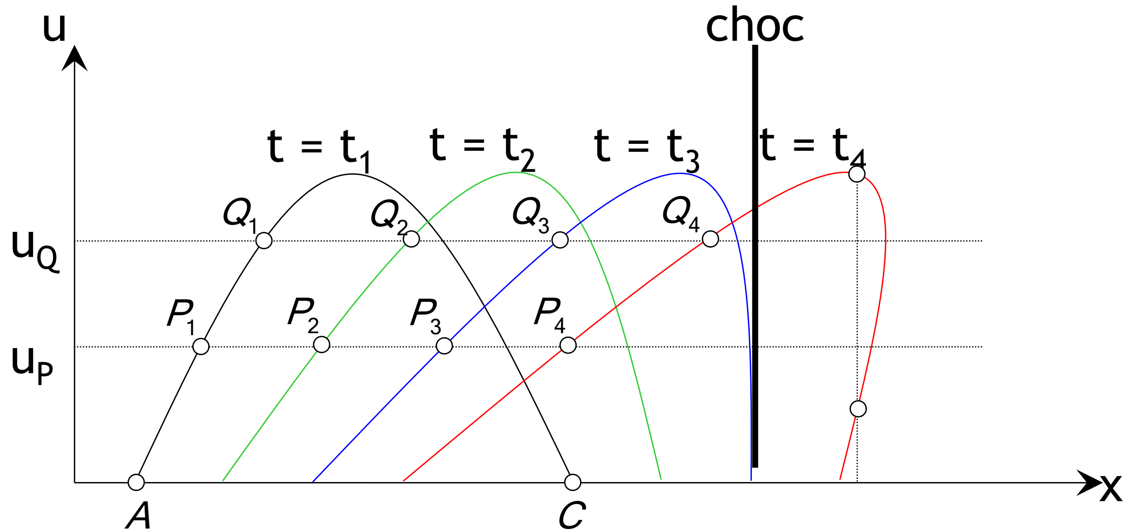
u est constante pour des points qui se déplacent à la vitesse u+a

- On peut ainsi étudier la propagation des points P et Q

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_P = a_0 + \frac{\gamma+1}{2}u_P \qquad P_nP_{n-1} = \left(a_0 + \frac{\gamma+1}{2}u_P\right)(t_n - t_{n-1})$$

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_Q = a_0 + \frac{\gamma+1}{2}u_Q \qquad Q_nQ_{n-1} = \left(a_0 + \frac{\gamma+1}{2}u_Q\right)(t_n - t_{n-1})$$

$$\frac{dx}{dt} = a_0 + \frac{\gamma+1}{2}u$$



Il existe 2 solutions en t = t_4 ! impossible ! écoulement non-isentropique => choc